

ΦΥΣΙΚΗ ΘΕΤΙΚΗΣ ΚΑΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ Γ' ΛΥΚΕΙΟΥ**ΠΡΟΣΔΙΟΡΙΣΜΟΣ ΡΟΠΗΣ ΑΔΡΑΝΕΙΑΣ ΣΥΜΠΑΓΟΥΣ ΚΑΙ ΟΜΟΓΕΝΟΥΣ ΚΥΛΙΝΔΡΟΥ ΜΕ ΤΗ ΧΡΗΣΗ ΝΕΩΝ ΟΡΓΑΝΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΗΣ****ΣΤΟΧΟΙ:**

- Πειραματική μέτρηση της ροπής αδράνειας συμπαγούς και ομογενούς κυλίνδρου και σύγκριση της τιμής αυτής με τη θεωρητική
- Εκτίμηση σφαλμάτων που υπεισέρχονται κατά τις μετρήσεις
- Εξοικείωση με τη χρήση ηλεκτρονικού χρονομέτρου σε συνδυασμό με φωτοπύλες
- Αξιοποίηση των γραφικών παραστάσεων στη μέτρηση μεγεθών

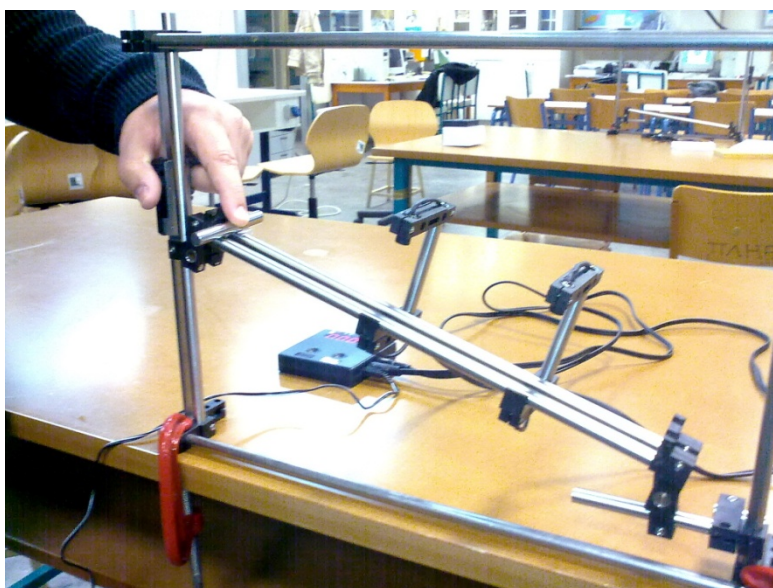
ΑΠΑΡΑΙΤΗΤΑ ΟΡΓΑΝΑ:

- Κεκλιμένο επίπεδο πολλαπλών χρήσεων σε συνδυασμό με το ηλεκτρονικό διαστημόμετρο
- Ηλεκτρονικό χρονόμετρο σε συνδυασμό με δυο φωτοπύλες
- Μεταλλικός κύλινδρος
- Υποδεκάμετρο

(Όλα τα παραπάνω περιέχονται στη σειρά οργάνων μηχανικής)

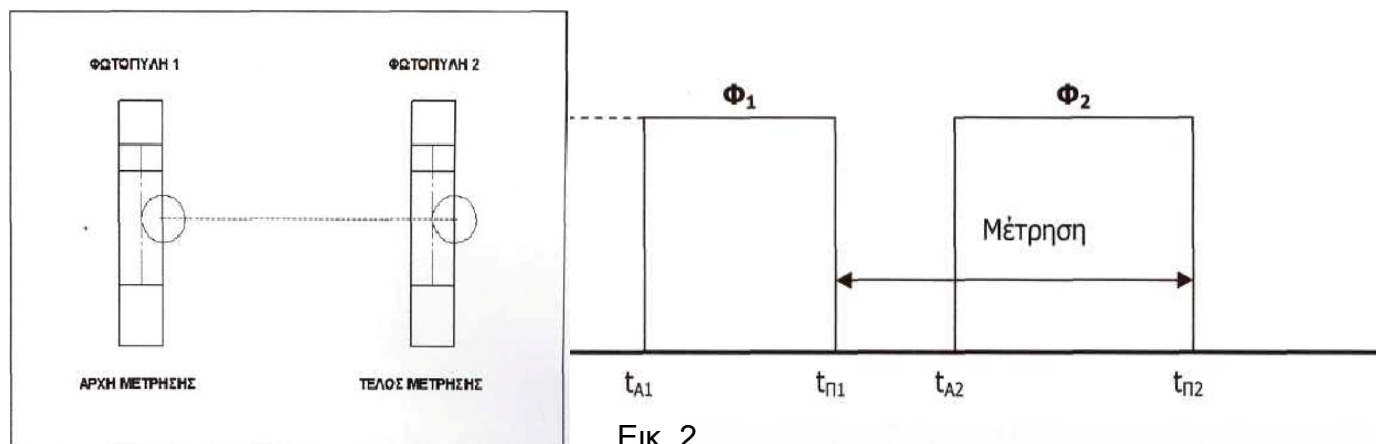
Α' ΜΕΡΟΣ: ΠΡΟΕΤΟΙΜΑΣΙΑ ΣΥΣΚΕΥΗΣ:

1. Όπως φαίνεται στην εικόνα 1, στερεώνουμε τις δύο φωτοπύλες σε δύο σημεία του κεκλιμένου επιπέδου με γνωστή απόσταση L και έστω η πρώτη φωτοπύλη απέχει S_1 από την αφετηρία της ράγας και η δεύτερη S_2 από την αφετηρία πάλι άρα $L = S_2 - S_1$. Οι αποστάσεις μετρώνται ως το "κέντρο" της κάθε φωτοπύλης.



Εικ.1

2. Συνδέουμε τις φωτοπύλες στο χρονόμετρο και επιλέγουμε την ρύθμιση F2. Σε αυτή τη ρύθμιση το χρονόμετρο καταγράφει το χρονικό διάστημα, έστω Δt , από το πέρας σκίασης της πρώτης φωτοπύλης έως το πέρας της σκίασης της δεύτερης φωτοπύλης, όπως φαίνεται στην εικόνα 2:



Εικ. 2

Β' ΜΕΡΟΣ: ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑ ΕΥΡΕΣΗΣ ΤΗΣ ΡΟΠΗΣ ΑΔΡΑΝΕΙΑΣ

ΠΕΡΙΛΗΨΗ ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑΣ

Σύμφωνα με την παρακάτω θεωρητική επεξεργασία του φαινομένου κύλισης χωρίς ολίσθηση προκύπτει ότι η α_{cm} είναι ανάλογη της υψομετρικής διαφοράς h μεταξύ των φωτοπυλών. Ο συντελεστής αναλογίας περιέχει τη ροπή αδράνειας I . Έτσι θα κατασκευασθεί γραφική παράσταση της σχέσης μεταξύ α_{cm} και h και από την κλίση θα υπολογισθεί τελικά το I .

ΘΕΩΡΗΤΙΚΗ ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑ

Από την πάνω άκρη κεκλιμένου επιπέδου (ύψος H , μήκος $L_0 = 0,365$ m) αφήνουμε να κυλήσει συμπαγής και ομογενής κύλινδρος μάζας m και ακτίνας R (Εικόνα 3). Αυτός θα περάσει κυλώντας χωρίς ολίσθηση από τις φωτοπύλες (που απέχουν αποστάσεις S_1 και S_2 από την κορυφή κι έχουν υψομετρική διαφορά h και απόσταση L μεταξύ τους) με ταχύτητες u_{1cm} και u_{2cm} και γωνιακές ταχύτητες ω_1 και ω_2 .

Από την αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας (1), τις εξισώσεις κίνησης (2, 3), και τη συνθήκη κύλισης χωρίς ολίσθηση (4, 5) έχουμε :

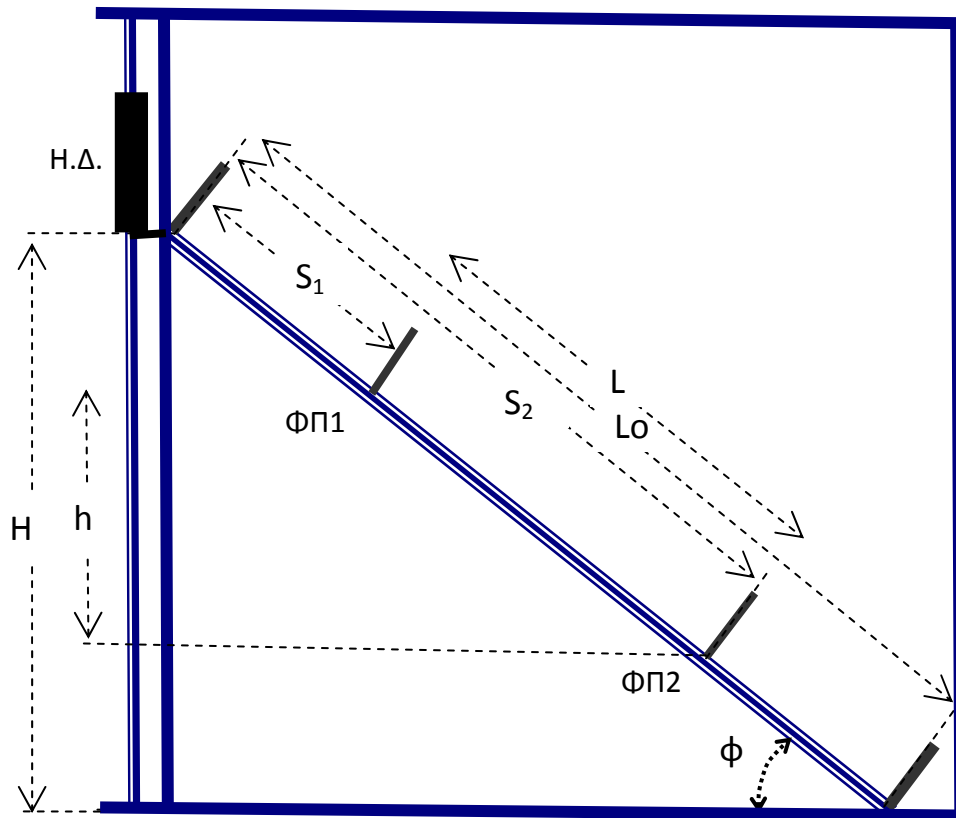
$$\frac{1}{2} m u_{1cm}^2 + \frac{1}{2} I \omega_1^2 + mgh = \frac{1}{2} m u_{2cm}^2 + \frac{1}{2} I \omega_2^2 \quad (1)$$

$$u_{2cm} = u_{1cm} + \alpha_{cm} \Delta t \quad (2)$$

$$L = u_{1cm} \Delta t + \frac{1}{2} \alpha_{cm} \Delta t^2 \quad (3)$$

$$u_{1cm} = \omega_1 R \quad (4)$$

$$u_{2cm} = \omega_2 R \quad (5)$$



Εικόνα 3

από τις (2) και (3) με απαλοιφή του Δt έχουμε:

$$u_{2cm}^2 - u_{1cm}^2 = 2 a_{cm} L \quad (6)$$

Η (1) δίνει:

$$m u_{1cm}^2 + I \frac{u_{1cm}^2}{R^2} + 2mgh = m u_{2cm}^2 + I \frac{u_{2cm}^2}{R^2} \Rightarrow u_{1cm}^2 \left(m + \frac{I}{R^2} \right) + 2mgh = u_{2cm}^2 \left(m + \frac{I}{R^2} \right) \Rightarrow$$

$$(u_{2cm}^2 - u_{1cm}^2) \left(m + \frac{I}{R^2} \right) = 2mgh \Rightarrow (u_{2cm}^2 - u_{1cm}^2) = \frac{2mgh}{m + \frac{I}{R^2}} \Rightarrow (6) \Rightarrow a_{cm} = \frac{mg}{L \left(m + \frac{I}{R^2} \right)} h \quad (7)$$

Αν θεωρήσουμε ότι η ροπή αδράνειας είναι γενικά $I = \lambda \cdot m \cdot R^2$ όπου $0 < \lambda \leq 1$ ο τύπος (7) γίνεται:

$$a_{cm} = \frac{gh}{L(1 + \lambda)} \quad (8)$$

Παρατηρούμε ότι η επιτάχυνση είναι ανάλογη της υψομετρικής διαφοράς h των δύο φωτοπυλών, δηλαδή :

$$\alpha_{cm} = \kappa h \quad \text{όπου} \quad \kappa = \frac{mg}{L(m + \frac{I}{R^2})} \quad (9) \quad \text{ή αλλιώς} \quad \kappa = \frac{g}{L(1 + \lambda)} \quad (10)$$

όπου κ είναι ο συντελεστής αναλογίας ο οποίος θα βρεθεί από την κλίση του διαγράμματος $\alpha_{cm} - h$.

Η υψομετρική διαφορά των φωτοπυλών βρίσκεται εύκολα με όμοια τρίγωνα, αυτό του κεκλιμένου και αυτό του τριγώνου των φωτοπυλών (βλέπε εικόνα 3). ο υπολογισμός αυτός γίνεται αυτόματα στο φύλλο εργασίας του excel.

$$\frac{h}{L} = \frac{H}{L_o} \Rightarrow h = H \frac{L}{L_o}$$

Αν λοιπόν γνωρίζουμε την επιτάχυνση α_{cm} του κυλίνδρου για διάφορες τιμές του ύψους h και κατασκευάσουμε το διάγραμμα, η κλίση $\kappa = \Delta\alpha/\Delta h$ θα ισούται με την εξίσωση (9) και (10) αντίστοιχα. Από αυτήν μπορούμε να υπολογίσουμε τη ροπή αδράνειας I και το συντελεστή λ :

$$I = mR^2 \left(\frac{g}{L\kappa} - 1 \right) \quad (11) \quad \text{και} \quad \lambda = \frac{g}{L\kappa} - 1 \quad (12)$$

(Θεωρητικά $I = 1/2 mR^2$ και $\lambda = 1/2$ επομένως μπορούμε να υπολογίσουμε και το σχετικό σφάλμα με βάση τον πειραματικό υπολογισμό τους).

ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΕΠΙΤΑΧΥΝΣΕΩΝ ΓΙΑ ΤΗΝ ΚΑΤΑΣΚΕΥΗ ΤΟΥ ΔΙΑΓΡΑΜΜΑΤΟΣ $\alpha_{cm} - h$ (γίνονται αυτόματα στο φύλλο εργασίας του excel που συνοδεύει την άσκηση)

Με δεδομένα τα μεγέθη S_1 , S_2 (τα ορίζουμε εμείς) και Δt (το μετράει το χρονόμετρο στη λειτουργία F2) μπορούμε να επιλύσουμε τους κλασικούς τύπους της κινηματικής για να βρούμε την επιτάχυνση α_{cm} ως εξής:

$$S_1 = \frac{1}{2} a_{cm} t_1^2 \quad \text{και} \quad S_2 = \frac{1}{2} a_{cm} t_2^2 \quad \text{άρα} \quad t_1 = \sqrt{\frac{2S_1}{a_{cm}}} \quad \text{και} \quad t_2 = \sqrt{\frac{2S_2}{a_{cm}}} \quad \text{άρα}$$

$$\Delta t = \sqrt{\frac{2S_2}{a_{cm}}} - \sqrt{\frac{2S_1}{a_{cm}}} \Rightarrow \Delta t = \sqrt{\frac{2}{a_{cm}}} (\sqrt{S_2} - \sqrt{S_1}) \Rightarrow \Delta t^2 = \frac{2}{a_{cm}} (\sqrt{S_2} - \sqrt{S_1})^2 \Rightarrow a_{cm} = \frac{2(\sqrt{S_2} - \sqrt{S_1})^2}{\Delta t^2}$$

Γ' ΜΕΡΟΣ: ΕΚΤΕΛΕΣΗ ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΗΣ ΑΣΚΗΣΗΣ

1. Στηρίζουμε το κεκλιμένο επίπεδο πολλαπλών χρήσεων στον πάγκο εργασίας με δυο σφιγκτήρες τύπου G.
2. Τοποθετούμε το ηλεκτρονικό διαστημόμετρο στη θέση του.
3. Ελέγχουμε την οριζοντίωση του διαδρόμου κύλισης με το αλφάδι.
4. Μηδενίζουμε την κλίμακα του διαστημόμετρου σ' αυτή τη θέση (κουμπί zero).
5. Στηρίζουμε τις δυο φωτοπύλες στο διάδρομο κύλισης σε δυο θέσεις που απέχουν από την αρχή της ράγας αποστάσεις S_1 και S_2 και τις μετράμε.
6. Αnuψώνουμε το κεκλιμένο επίπεδο κατά H, μέσα σε ένα προτεινόμενο εύρος τιμών μεταξύ 90 και 110 mm το οποίο μετρούμε μέσω του διαστημόμετρου και το καταγράφουμε.

ΠΡΟΣΟΧΗ: Ελαχιστοποίηση των σφαλμάτων έχουμε όταν η κλίση του επιπέδου είναι λίγο πριν τις 18° που αντιστοιχούν σε ανύψωση του κεκλιμένου κατά 112,8 mm. Δεν πρέπει να υπερβαίνει όμως και τις 18° για να μην έχουμε ολίσθηση του κυλίνδρου, γεγονός που οδηγεί σε σφάλματα.

7. Ενεργοποιούμε το χρονόμετρο στον τρόπο λειτουργίας F2. Το χρονόμετρο είναι έτοιμο να καταγράψει τους χρόνους διέλευσης του κυλίνδρου ανάμεσα από τις φωτοπύλες
8. Αφήνουμε τον κύλινδρο από το ανώτατο σημείο του κεκλιμένου να κυλήσει και να διέλθει από τις δύο φωτοπύλες και σημειώνουμε το χρονικό διάστημα που χρειάστηκε για να διέλθει από αυτές.
9. Μηδενίζουμε το χρονόμετρο και επαναλαμβάνουμε τα βήματα 6 και 8 για τέσσερα ακόμα ύψη H. Καταγράφουμε τις μετρήσεις.
10. Εισάγουμε στο φύλλο εργασίας του excel τα δεδομένα H και Δt που μετρήσαμε και με βάση την κλίση της γραφικής παράστασης υπολογίζεται αυτόματα η ροπή αδράνειας I του κυλίνδρου και ο συντελεστής λ.