

## ΜΕΤΡΗΣΕΙΣ –ΣΦΑΛΜΑΤΑ

### Εισαγωγή

Μέτρηση είναι ο προσδιορισμός της τιμής μιας φυσικής ποσότητας σε σχέση με μια ορισμένη μονάδα μέτρησης. Στην περίπτωση των διανυσματικών μεγεθών απαιτείται ο προσδιορισμός και της κατεύθυνσης. Ο προσδιορισμός τις τιμής ενός φυσικού μεγέθους μπορεί να γίνει με άμεση μέτρησή του (π.χ. η μέτρηση του χρόνου κίνησης ενός αντικειμένου με τη χρήση χρονομέτρου), αλλά μπορεί να γίνει και έμμεσα με χρήση σχέσεων που συνδέουν το φυσικό μέγεθος με άλλα που έχουν μετρηθεί. Για παράδειγμα, η πυκνότητα μπορεί να υπολογιστεί από τη σχέση  $\rho = m/V$ , αν μετρηθούν η μάζα και ο όγκος.

Έστω ότι θέλουμε να μετρήσουμε την τιμή ενός μεγέθους  $x$  και έστω ότι το αποτέλεσμα της μέτρησης είναι  $x_1$ . Γενικώς το αποτέλεσμα της μέτρησης δεν συμπίπτει με την πραγματική τιμή του φυσικού μεγέθους (έστω  $x_0$ ) που είναι άγνωστη. Η επανάληψη της μέτρησης, λόγω διαφόρων σφαλμάτων που θα αναφερθούν παρακάτω, δίνει γενικώς διαφορετικά αποτελέσματα  $x_1, x_2, x_3 \dots$ . Το σφάλμα μιας μέτρησης είναι η διαφορά της τιμής  $x_1$  που προκύπτει από τη διαδικασία μέτρησης και της πραγματικής τιμής  $x_0$ . Είναι σημαντικό να ξέρουμε πόσο κοντά είναι οι μετρήσεις μας στην πραγματική τιμή του μετρούμενου μεγέθους. Φυσικά δεν ξέρουμε την πραγματική τιμή και για το λόγο αυτό έχει αναπτυχθεί μια θεωρία, η θεωρία σφαλμάτων που μας λέει πως από τη διαδικασία μέτρησης εκτιμούμε την τιμή του φυσικού μεγέθους και του σφάλματος. Θα αναφέρουμε μερικά χρήσιμα συμπεράσματα της θεωρίας των σφαλμάτων και εκτιμήσεων.

### Σφάλματα

Τα σφάλματα των μετρήσεων διακρίνονται σε *συστηματικά* και τα *τυχαία* σφάλματα.

#### Συστηματικά σφάλματα

Αυτά είναι σφάλματα που δεν μεταβάλλονται κατά τις διαδοχικές μετρήσεις ή μεταβάλλονται με συστηματικό τρόπο. Μπορεί να οφείλονται σε ατέλειες του οργάνου, στη μέθοδο μετρήσεων ή και στον παρατηρητή. Παράδειγμα συστηματικού σφάλματος είναι, το σφάλμα μηδενός όπου μπορεί ο δείκτης του οργάνου να είναι λίγο μετατοπισμένος, οπότε όλες οι ενδείξεις του είναι μετατοπισμένες κατά σταθερή ποσότητα. Μπορεί επίσης να γίνει συστηματικό σφάλμα από τη χρήση χάρακα με λάθος μήκος.

#### Τυχαία σφάλματα

Τυχαία είναι τα σφάλματα που οφείλονται απρόβλεπτους παράγοντες και μεταβάλλονται με το χρόνο κατά ακανόνιστο τρόπο και είναι εξίσου πιθανό να είναι θετικά ή αρνητικά. Το ότι τα τυχαία σφαλμάτων είναι με ίσες πιθανότητες θετικά ή αρνητικά, κάνει δυνατό τον περιορισμό της αβεβαιότητας στον προσδιορισμό ενός μεγέθους με την επανάληψη της μέτρησης πολλές φορές, ώστε κατά μέσον όρο τα τυχαία σφάλματα να αλληλοαναιρούνται, όσο είναι δυνατόν. Για παράδειγμα, αν θέλουμε να μετρήσουμε με χρονόμετρο το χρόνο πτώσης μιας πέτρας από την ταράτσα του σχολείου στο έδαφος, εκτελούμε τη μέτρηση π.χ. δέκα φορές αντί για μία. Επίσης, αν θέλουμε να μετρήσουμε την περίοδο της ταλάντωσης ενός εκκρεμούς, μετρούμε το χρόνο δέκα ταλαντώσεων αντί μιας.

**Υπολογισμός της μέσης τιμής και του σφάλματος**

Έστω ότι θέλουμε να μετρήσουμε πειραματικά την τιμή ενός φυσικού μεγέθους του οποίου η πραγματική τιμή είναι  $x_0$ . Πραγματοποιούμε  $N$  μετρήσεις των οποίων το αποτέλεσμα είναι  $x_1, x_2, \dots, x_N$ . Η μέση τιμή των μετρήσεων είναι

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_N}{N}$$

Η αβεβαιότητα ως προς τη γνώση της μέσης τιμής του μετρούμενου μεγέθους  $x$  εκφράζεται από το απόλυτο τυπικό σφάλμα της μέσης τιμής που αποδεικνύεται ότι είναι

$$\delta\bar{x} = \sqrt{\frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_N - \bar{x})^2}{N(N-1)}}$$

Το αποτέλεσμα μιας σειράς μετρήσεων (η αναμενόμενη τιμή του  $x$ ) δίνεται με τη μορφή

$$x = \bar{x} \pm \delta\bar{x}$$