

ΕΠΙΣΤΗΜΟΝΙΚΕΣ ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΕΣ

Προαπαιτούμενες γνώσεις

1. Μετρήσεις με διάφορα όργανα
2. Σημαντικά ψηφία και αναγραφή αποτελεσμάτων με τον κατάλληλο αριθμό σημαντικών ψηφίων.
3. Στρογγυλοποιήσεις
4. Μετατροπές μονάδων
5. Καταγραφή δεδομένων σε γραφήματα και πίνακες
6. Εύρεση της κλίσης σε γραφήματα
7. Ερμηνεία της κλίσης
8. Ερμηνεία του εμβαδού
9. Βασικά στοιχεία διαφορικού και ολοκληρωτικού λογισμού
10. Γνώση των επιθυμητών και μη επιθυμητών γραφικών παραστάσεων

Μη επιθυμητές γραφικές παραστάσεις είναι εκείνες στις οποίες:

1. Τα πειραματικά δεδομένα είναι μαζεμένα στην άκρη του γραφήματος
2. Τα πειραματικά δεδομένα ενώνονται με τεθλασμένη γραμμή
3. Οι κλίμακες στους άξονες δεν είναι οι κατάλληλες
4. Δεν υπάρχουν μονάδες στους άξονες
5. Τα πειραματικά δεδομένα να είναι πολύ λίγα

Σφάλματα

Γενικά σφάλμα: Είναι η αριθμητικά εκπεφρασμένη έλλειψη ακρίβειας και ευστοχίας στις μετρήσεις.

Κάθε μέτρηση έχει ένα σφάλμα. Αν μετρήσετε το μήκος ενός θρανίου του σχολείου σας δύο φορές θα βρείτε ότι οι μετρήσεις σας διαφέρουν. Τι πήγε στραβά; Τίποτα δεν πήγε στραβά. Καμία μέτρηση δεν είναι απόλυτα ακριβής και αν πάρετε μια σειρά μετρήσεων, θα δείτε ότι οι τιμές που βρίσκετε διακυμαίνονται / διασπείρονται γύρω από την μέση τιμή η οποία υπό την προϋπόθεση ότι δεν υπάρχουν συστηματικά σφάλματα προσεγγίζει την «πραγματική τιμή». Αυτή η διακύμανση των μετρήσεων οφείλεται στα τυχαία σφάλματα.

Μέση τιμή των μετρήσεων

Αν κάνετε n μετρήσεις με αποτελέσματα x_i ($i=1,2,\dots,n$) η μέση τιμή αυτής της σειράς των μετρήσεων είναι:

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} \quad (1)$$

Συστηματικά σφάλματα: Είναι τα σφάλματα που είναι σταθερά, έχουν πάντα το ίδιο πρόσημο και έτσι δεν μπορούν να μειωθούν με την επανάληψη της μέτρησης και την εύρεση της μέσης τιμής. Παραδείγματα συστηματικών

σφαλμάτων έχουμε στη μέτρηση του χρόνου με χρονόμετρο το οποίο πάει πιο αργά ή πιο γρήγορα σε σχέση με το κανονικό, στη μέτρηση αποστάσεων με μέτρο στο οποίο οι υποδιαιρέσεις είναι λανθασμένες, στη μέτρηση ρεύματος με αμπερόμετρο το οποίο είναι άστοχα βαθμονομημένο. Τα συστηματικά σφάλματα είναι δύσκολο να καθοριστούν με ένα απλό πείραμα. Σε πολύ σημαντικές περιπτώσεις τα συστηματικά σφάλματα μπορούν να διακριθούν και να απαλειφθούν εκτελώντας πειράματα με διαφορετική διαδικασία και συγκρίνοντας τα αποτελέσματα. Αν η διαδικασία είναι πράγματι διαφορετική, τα συστηματικά σφάλματα θα είναι επίσης διαφορετικά και εύκολα αναγνωρίσιμα. Αν σε ένα πείραμα οι μετρήσεις έχουν πολύ μικρά συστηματικά σφάλματα λέμε ότι έχουν μεγάλο βαθμό ευστοχίας (accuracy).

Τυχαία σφάλματα: Είναι τα σφάλματα που οφείλονται σε τυχαίες άγνωστες και απρόβλεπτες διακυμάνσεις κατά τη διάρκεια του πειράματος. Αν σε ένα πείραμα οι μετρήσεις έχουν πολύ μικρά τυχαία σφάλματα λέμε ότι έχουν μεγάλο βαθμό ακρίβειας. Τα τυχαία σφάλματα καθορίζονται από τα όργανα μέτρησης που χρησιμοποιούμε και από την τεχνική της παρατήρησης. Ένας πιο δόκιμος όρος για το τυχαίο σφάλμα είναι ο όρος «αβεβαιότητα» ο οποίος δεν υπονοεί κάποιο λάθος ή ανικανότητα του πειραματιστή. Όταν σημειώνετε μια μέτρηση θα πρέπει να σημειώνετε και την αβεβαιότητά της. Αυτή μπορεί να εκφραστεί με δύο τρόπους. Την απόλυτη και την σχετική αβεβαιότητα.

Η απόλυτη αβεβαιότητα ή τυπική απόκλιση, μετρά το εύρος της διακύμανσης / διασποράς των μετρήσεων. Αναφέρεται και ως τυπική απόκλιση. Για παράδειγμα αν μετρήσατε το μήκος ενός σκάφους ($15,3 \pm 0,2$) m αυτό σημαίνει ότι οι μετρήσεις σας θα πρέπει να ήταν μεταξύ 15,1m και 15,5m. Στην περίπτωση αυτή η απόλυτη αβεβαιότητα είναι 20cm.

Κάθε μέτρηση έχει μια αβεβαιότητα, και ο μόνος τρόπος καθορισμού της είναι η λήψη περισσότερων από μία μετρήσεις και ο υπολογισμός της τυπικής απόκλισης για τη μέτρηση του εύρους της διακύμανσης / διασποράς. Πολλές φορές στην πράξη η διασπορά είναι εύκολο να βρεθεί με το μάτι παρά να υπολογιστεί. Αν για παράδειγμα οι μετρήσεις του μήκους ενός αντικειμένου ήταν 54,5cm, 54,7cm και 54,3cm, δε χρειάζεται να χρησιμοποιήσετε αριθμομηχανή ούτε να γνωρίζετε τον ορισμό της τυπικής απόκλισης. Βλέπετε ότι η διασπορά είναι $\pm 0,2$ cm.

Σημειώνουμε πάντως εδώ ότι η απόλυτη αβεβαιότητα ή τυπική απόκλιση δίνεται από τη σχέση:

$$\delta x = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}} \quad (2)$$

Η απόλυτη αβεβαιότητα δεν μας δίνει πλήρη εικόνα της μέτρησης. Μια απόλυτη αβεβαιότητα 10cm στη μέτρηση του μήκους ενός θρανίου υποδηλώνει προχειρότητα στη μέτρηση ενώ η ίδια αβεβαιότητα στη μέτρηση του μήκους της μεγαλύτερης ευθείας της εθνικής οδού υποδηλώνει μια προσεκτική μέτρηση. Για να γίνει αυτό πιο ξεκάθαρο συχνά γράφουμε την επί

τοις εκατό αβεβαιότητα και καλείται **σχετική αβεβαιότητα**. Η σχετική αβεβαιότητα στη μέτρηση του μήκους του διαδρόμου είναι :

$$\text{Σχετική αβεβαιότητα} = \frac{\text{Απόλυτη αβεβαιότητα}}{\text{Μέση τιμή}} \cdot 100\% = \frac{0,2}{12,3} 100\% = 1,6\% \approx 2\% \quad (3)$$

Δώστε προσοχή στη στρογγυλοποίηση του 1,6 στο 2%. Συνήθως δεν έχει νόημα να γράφετε την αβεβαιότητα με περισσότερα από ένα σημαντικά ψηφία.

Σημειώστε επίσης ότι όσο περισσότερες μετρήσεις παίρνετε, τόσο καλύτερα γνωρίζετε τη διακύμανσή τους συνεπώς τόσο καλύτερη εκτίμηση θα έχετε για τη μέση τιμή η οποία υποδεικνύει την «πραγματική» τιμή χωρίς βέβαια να είναι ποτέ αυτή. Από τη στατιστική προκύπτει ότι όταν πάρετε n μετρήσεις, και η απόλυτη αβεβαιότητα είναι δx , τότε η **αβεβαιότητα της μέσης τιμής** αυτών των μετρήσεων είναι κατά προσέγγιση:

$$\text{Αβεβαιότητα της μέσης τιμής } \delta \bar{x} = \frac{\delta x}{\sqrt{n}} \quad (4)$$

Όσο περισσότερες μετρήσεις παίρνετε, τόσο πιο ακριβές θα είναι το αποτέλεσμα σας. Σημειώστε ότι αν θέλετε να μειώσετε την αβεβαιότητα στο μισό, χρειάζεται να πάρετε τετραπλάσιο αριθμό μετρήσεων.

Το αποτέλεσμα μιας σειράς μετρήσεων x_1, x_2, \dots, x_n θα πρέπει να αναγράφεται ως:

Αποτέλεσμα = Μέση τιμή \pm αβεβαιότητα της μέσης τιμής

$$\text{δηλαδή } x = \bar{x} \pm \delta \bar{x} \quad (5)$$

Η αναγραφή του σφάλματος είναι απαραίτητη διότι αλλιώς δεν μπορείτε να βγάλετε συμπεράσματα από τις μετρήσεις σας. Υποθέστε ότι έχετε δύο φακούς και θέλετε να βρείτε ποιος έχει μεγαλύτερη εστιακή απόσταση. Ο κατασκευαστής του ενός αναγράφει ότι η εστιακή απόστασή του είναι: $3,12 \pm 0,01$ cm ενώ του άλλου είναι $3,11 \pm 0,01$ cm όπως καταλαβαίνετε δεν μπορείτε να αποφανθείτε ποιος έχει μεγαλύτερη εστιακή απόσταση ή αν έχουν ίσες εστιακές αποστάσεις.

Αν λοιπόν έχετε βρει μέση τιμή και την αβεβαιότητα της μέσης τιμής στρογγυλοποιείτε την αβεβαιότητα μέχρι να μείνει ένα σημαντικό ψηφίο που είναι μεγαλύτερο του μηδενός και μετά στρογγυλοποιείτε και τη μέση τιμή στο τελευταίο ψηφίο της ίδιας τάξης μεγέθους.

Για παράδειγμα αν βρήκατε τη μέση τιμή $\bar{x} = 2,44444$. και το σφάλμα της μέσης τιμής $\delta \bar{x} = 0,071252$ στρογγυλοποιείτε πρώτα το σφάλμα $\delta \bar{x} = 0,07$ και μετά τη μέση τιμή $\bar{x} = 2,44$ γράφετε δε $x = 2,44 \pm 0,07$.

Επιμέλεια: Σαράντος Οικονομίδης