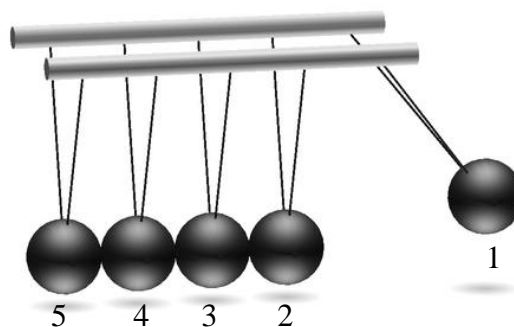


### ΕΚΚΡΕΜΕΣ ΤΟΥ ΝΕΥΤΩΝΑ (NEWTON'S CRADLE)

Το εκκρεμές ή κούνια του Νεύτωνα (Newton's cradle<sup>1</sup>) αποτελείται από διαδοχικά εκκρεμή ίσων μηκών και μαζών των οποίων οι σφαίρες συγκρούονται με ελάχιστες απώλειες ενέργειας, ώστε οι κρούσεις μεταξύ των σφαιρών να θεωρούνται ελαστικές. Το προτεινόμενο εκκρεμές αποτελείται από 5 επιμέρους εκκρεμή. Τα εκκρεμή που κυκλοφορούν στο εμπόριο κοσμούν συνήθως τραπέζια γραφείων, αλλά μπορούν ωστόσο να αποτελέσουν και διατάξεις χρήσιμες στη διδασκαλία των αρχών διατήρησης ορμής και ενέργειας.



Θα εξετάσουμε τρεις περιπτώσεις σχετικά με τις αρχικές συνθήκες έναρξης της λειτουργίας του εκκρεμούς<sup>2</sup>.

- (1) Αφήνουμε την σφαίρα 1, οπότε παρατηρούμε ακινητοποίηση των σφαιρών 1,2,3,4 και ανύψωση της σφαίρας 5 ως το ίδιο σχεδόν ύψος. Το φαινόμενο επαναλαμβάνεται αντίστροφα κ.ο.κ.
- (2) Αφήνουμε μαζί τις σφαίρες 1,2 από κάποιο ύψος, οπότε παρατηρούμε ακινητοποίηση των σφαιρών 1,2,3 και ανύψωση «συμμετρικά» των σφαιρών 4,5. Το φαινόμενο επαναλαμβάνεται αντίστροφα κ.ο.κ.
- (3) Αφήνουμε μαζί τις σφαίρες 1,2,3 από κάποιο ύψος, οπότε παρατηρούμε ακινητοποίηση των σφαιρών 1,2 και ανύψωση «συμμετρικά» των σφαιρών 3,4,5. Το φαινόμενο επαναλαμβάνεται αντίστροφα κ.ο.κ.

Η αρχική δυναμική ενέργεια της ανυψωμένης σφαίρας (ή του συστήματος των ανυψωμένων σφαιρών) μετατρέπεται σε κινητική ενέργεια. Αυτή η κινητική ενέργεια κατά την κρούση/κρούσεις «μεταβιβάζεται» στην σφαίρα (ή στο σύστημα των σφαιρών) που ανυψώνεται και η οποία γίνεται δυναμική ενέργεια κ.ο.κ. Για λίγες κρούσεις οι ανυψώσεις είναι σχεδόν συμμετρικές (διατήρηση της μηχανικής ενέργειας), άρα η απώλεια ενέργειας στο περιβάλλον είναι ασήμαντη και συνεπώς οι κρούσεις θεωρούνται ελαστικές. Σε κάθε περίπτωση η «προσπίπτουσα μάζα» είναι ίση με την «ανυψούμενη μάζα» και λόγω συμμετρικής ανύψωσης είναι ίσες και οι ταχύτητες «προσπίπτουσας» και «ανυψούμενης» μάζας, άρα είναι ίσες και οι ορμές (διατήρηση ορμής). Συμπέρασμα: σε κάθε περίπτωση έχουμε διατήρηση ορμής και ενέργειας.

Αναλυτική εξήγηση μπορεί να δοθεί θεωρώντας διαδοχικές (σχεδόν ακαριαία) κρούσεις των σφαιρών. Πρώτα θα εξετάσουμε την περίπτωση της κεντρικής ελαστικής κρούσης δύο σφαιρών ίδιας μάζας  $m$ . Η μία (έστω η σφαίρα 1) πριν την κρούση έχει ταχύτητα μέτρου  $v$  και η άλλη (έστω η σφαίρα 2) είναι ακίνητη. Ονομάζουμε  $v_1, v_2$  τις ταχύτητες των σφαιρών μετά την κρούση.

Από την αρχή διατήρησης της ορμής (ΑΔΟ) έχουμε:

$$mv+0=mv_1+mv_2 \quad (1)$$

Από την αρχή διατήρησης της ενέργειας, έχουμε:

$$\frac{1}{2}mv^2 + 0 = \frac{1}{2}mv_1^2 + \frac{1}{2}mv_2^2 \quad (2)$$

Από τις (1),(2) προκύπτει  $v_1=0$  και  $v_2=v$

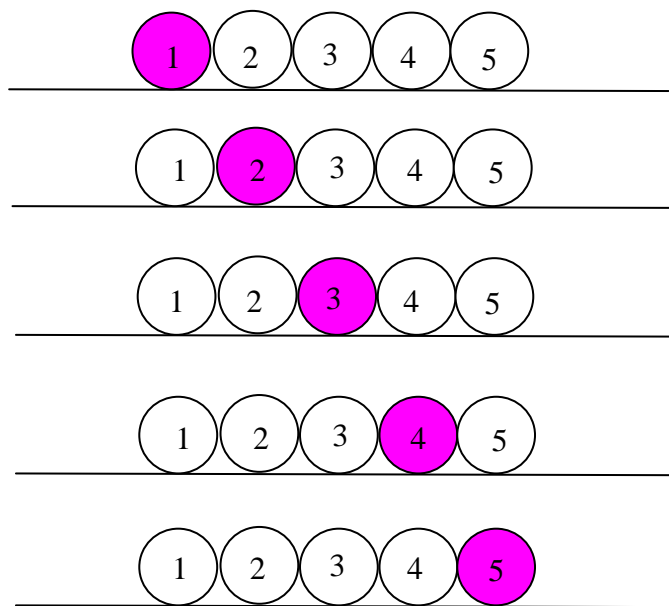
Συνεπώς, επειδή οι σφαίρες είναι εντελώς όμοιες, κατά την κρούση θα έχουμε ανταλλαγή ταχυτήτων, δηλαδή, κατά την θεώρησή μας, κάποια σφαίρα ή θα έχει ταχύτητα μηδέν ή  $v$  και κρούση θα συμβαίνει όταν μια σφαίρα ταχύτητας  $v$  θα συναντά μία ακίνητη.

Για να γίνει κατανοητή η προσέγγιση που κάνουμε για την εξήγηση κάθε μιας από τις τρεις παραπάνω περιπτώσεις χρησιμοποιούμε σχήματα που η ακίνητες σφαίρες είναι χωρίς χρώμα και οι έγχρωμες είναι αυτές που κάποια χρονική στιγμή έχουν στιγμιαία ταχύτητα  $v$ .



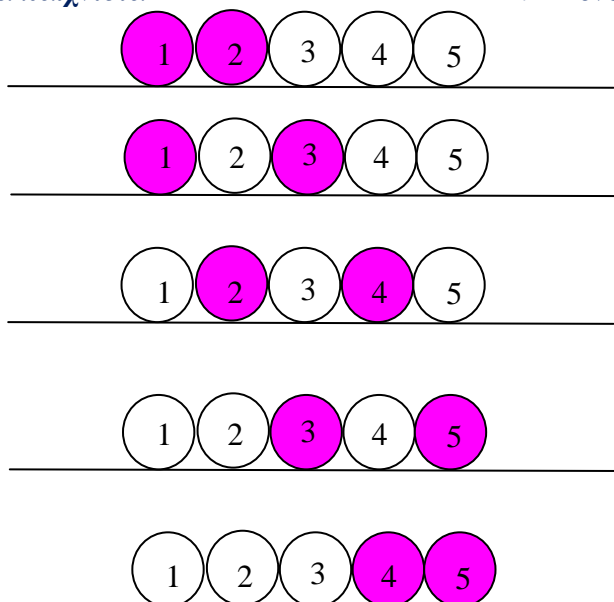
(1) Ανυψώνουμε και αφήνουμε μία σφαίρα

Έστω η μπάλα 1 ανυψώνεται και αφήνεται, οπότε κατέρχεται και συγκρούεται με την μπάλα 2, έχοντας ταχύτητα  $v$ . Σύμφωνα με τα προηγούμενα, η 1 ακινητοποιείται και η 2 αποκτά ταχύτητα  $v$ . Στη συνέχεια, όπως παριστάνεται στην παρακάτω εικόνα ακολουθούν, σχεδόν ακαριαία, διαδοχικές κρούσεις με αποτέλεσμα τελικά η σφαίρα 5 να αποκτά ταχύτητα  $v$ , ενώ οι άλλες είναι ακίνητες. Η ορμή  $mv$  και η ενέργεια  $mv^2/2$  διατηρούνται.



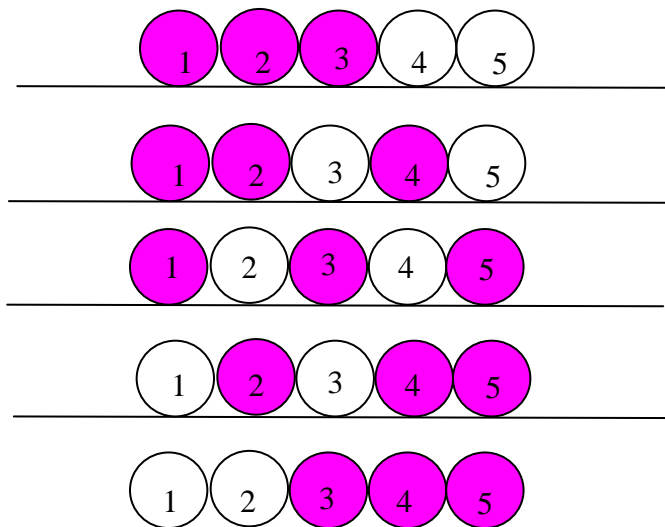
(2) Ανυψώνουμε και αφήνουμε δύο σφαίρες

Υποθέτουμε ότι ανυψώνουμε και αφήνουμε τις σφαίρες 1 και 2. Η 2 θα συγκρουστεί με την 3, οπότε η 2 θα ακινητοποιηθεί και η 3 θα αποκτήσει την ταχύτητα  $v$ . Στη συνέχεια ακολουθεί η κρούση της 3 με την 4 και της 1 με την 2 κ.ο.κ., όπως παριστάνεται στο επόμενο σχήμα. Τελικά οι σφαίρες 4,5 αρχίζουν να ανυψώνονται ενώ οι 1,2,3 παραμένουν ακίνητες. Η ορμή  $2(mv)$  και η ενέργεια  $2(mv^2/2)$  διατηρούνται.



(3) Ανυψώνουμε και αφήνουμε τρεις σφαίρες

Υποθέτουμε ότι ανυψώνουμε και αφήνουμε τις σφαίρες 1,2 και 3. Ακολουθώντας το σκεπτικό των προηγούμενων περιπτώσεων και με τη βοήθεια του επομένου σχήματος συμπεραίνουμε ότι τελικά οι σφαίρες 3,4 και 5 ξεκινάνε να ανυψωθούν ενώ οι 1,2 παραμένουν ακίνητες. Η ορμή  $3(mv)$  και η ενέργεια  $3(mv^2/2)$  διατηρούνται.



**Σημειώσεις**

[1] Υπάρχει στο διαδίκτυο πλήθος ιστοσελίδων με την παρουσίαση του εκκρεμούς αυτού, όπως για παράδειγμα [http://en.wikipedia.org/wiki/Newton%27s\\_cradle](http://en.wikipedia.org/wiki/Newton%27s_cradle)

[2] Δες για παράδειγμα το βίντεο <https://www.youtube.com/watch?v=0LnbyjOyEQ8>